

Μαθηματικά Γ' Γυμνασίου
Γραπτή Αξιολόγηση Α' Τετράμηνου 2022 – 2023

Δειγματικό Δοκίμιο 01

Διάρκεια: 90 λεπτά

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει την σφραγίδα του σχολείου.
- Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
- Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

ΜΕΡΟΣ Α' : Αποτελείται από 6 ασκήσεις και βαθμολογείται με 60 μονάδες. Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Άσκηση Α1

Να βρείτε τα αναπτύγματα:

- α) $(\alpha - 3)^2$
- β) $(2\chi - 1) \cdot (2\chi + 1)$
- γ) $(\alpha + 2)^3$

Άσκηση Α2

Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

- α) $A = 3\chi - 6\alpha\chi$
- β) $B = \chi^2 - 25$
- γ) $\Gamma = \alpha - 4 + \alpha^2 - 2$

Άσκηση Α3

Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α) $5(2\chi - 4)(\chi^2 + 1) = 0$
- β) $\chi^2 - 4\chi = 5$

Άσκηση Α4

Α. Να κάνετε τις πράξεις:

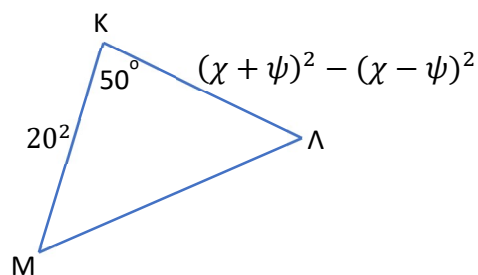
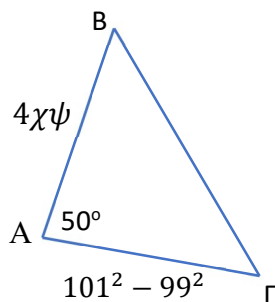
α) $\frac{x^2-5x+6}{x-3} : \frac{x^2-4}{x}$

β) $\frac{x}{x^2-2} - \frac{2}{4x-20}$

Β. Να γράψετε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση στο Α(α) ερώτημα.

Άσκηση Α5

Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΚΛΜ. Να εξετάσετε αν τα δύο τρίγωνα είναι ίσα και να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας. ($\chi, \psi > 0, \chi, \psi \in \mathbb{R}$)



Άσκηση Α6

α) Να γίνει απλό το σύνθετο κλάσμα: $A = \frac{\frac{x-2}{1} + \frac{1}{x}}{x - \frac{1}{x}}$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $x(x - 3y)^2 + y(y - 3x)^2 = (x + y)^3$.

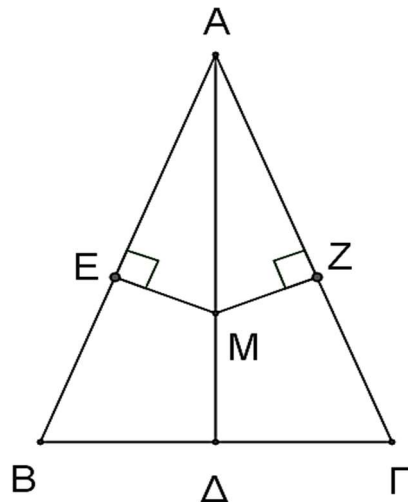
γ) Να υπολογίσετε τη τιμή της παράστασης:

$$\frac{\frac{2022-2}{1} + \frac{1}{2022}}{2022 - \frac{1}{2022}} + 2022 \cdot (2022 + 3 \cdot 2021)^2 - 2021 \cdot (-2021 - 3 \cdot 2022)^2 + 2021 \frac{2}{2023}$$

ΜΕΡΟΣ Β: Αποτελείται από 3 ασκήσεις και βαθμολογείται με 40 μονάδες. Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις. Δύο ασκήσεις βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία και μία άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Άσκηση Β1 (15 μονάδες)

- (α) Να εξετάσετε κατά πόσον είναι δυνατόν να κατασκευαστεί τρίγωνο με μήκη πλευρών $\alpha = 2, \beta = 3$ και $\gamma = 4$.
- (β) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Από τυχαίο σημείο Μ της διχοτόμου ΑΔ φέρουμε $ΜΕ \perp ΑΒ$ και $ΜΖ \perp ΑΓ$. Να αποδείξετε ότι:
- $ΜΕ = ΜΖ$
 - Το τρίγωνο ΒΜΓ είναι ισοσκελές.



Άσκηση Β2 (10 μονάδες)

Αν $2\alpha + \frac{1}{\alpha} = 3$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = 4 \cdot \alpha^2 \cdot (2\alpha + 1) + (\alpha + 1) : \alpha^3 + \left(2\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2$$

Άσκηση Β3 (15 μονάδες)

- α) Να εξετάσετε αν ο $(\chi^2 - 1)$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου:
 $A = (2\chi^5 - 5\chi^4 - 10\chi^3 + 25\chi^2 + 8\chi - 20)$.
- β) Να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο: $A = (2\chi^5 - 5\chi^4 - 10\chi^3 + 25\chi^2 + 8\chi - 20)$.
- γ) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2}{\chi^2 + 2\chi - 3} - \frac{2\chi^3 - 5\chi^2 - 8\chi + 2}{A} = \frac{3 - \chi}{\chi^2 + 4\chi + 3}$.